

# Teil 6: Zeigerbilder und Wechselstromwiderstände

Nach dem vorangegangenen Grundlagen-Teil ist uns die grundsätzliche Erzeugung einer Sinusspannung bekannt. Des weiteren verstehen wir die Begriffe Frequenz und Kreisfrequenz und können sie unterscheiden.

Der Zusammenhang zwischen Scheitelwerten und Effektivwerten soll uns genauso verständlich sein wie die Herleitung und die Bedeutung des Effektivwertes.

Nachfolgend soll uns die Zeigerdarstellung sowie die Wirkung des Wechselstromes auf bereits bekannte Bauelemente beschäftigen.

## 7.1. Zeigerdarstellung für sinusförmige Wechselgrößen

Um Strom- und Spannungsverläufe zu verdeutlichen, kann man Sinuslinien im rechtwinkligen Koordinatensystem über die Zeit „t“ auftragen. Besonders wenn bei einem Vorgang mehrere Wechselgrößen interessieren, z. B. Strom und Spannung, ist das ein zeichnerisch umständliches Verfahren. Soweit es sich um Sinusverläufe handelt, lassen sich diese in wesentlich einfacherer Weise symbolisch darstellen.

Das ist möglich mit einem rotierend gedachten Zeiger, der in Bild 1 mit „ $\hat{u}$ “, also dem Formelzeichen des Scheitelwertes der Spannung, bezeichnet ist.

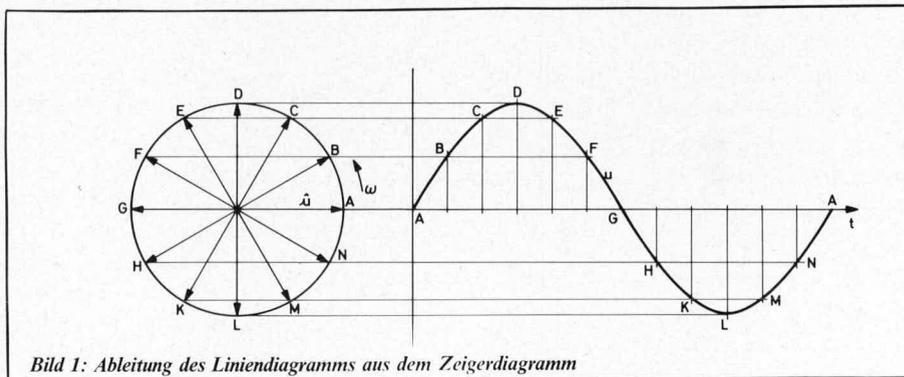


Bild 1: Ableitung des Liniendiagramms aus dem Zeigerdiagramm

Den Zusammenhang zwischen Sinuslinie und Zeigerbild erhält man, wenn man sich den dargestellten Zeiger rotierend denkt. Dreht sich der Zeiger „ $\hat{u}$ “ in Bild 1 mit der Winkelgeschwindigkeit „ $\omega$ “ links herum, so stellen die Projektionen des Zeigers die Augenblickswerte des Spannungsverlaufs dar. Die Winkelgeschwindigkeit „ $\omega$ “ entspricht der Kreisfrequenz  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  (siehe 6.1.2., Heft Nr. 13) der entstehenden Schwingung.

Ein solcher rotierender Zeiger symbolisiert nun alle Unterscheidungsmerkmale von Sinusschwingungen:

1. Unterschied nach Art und Größe, gekennzeichnet durch das am Zeiger angegebene Formelzeichen, z. B. u, i. Je nach Wahl des Zeitanfangspunktes kann der Zeiger eine Sinus- oder Cosinusschwingung oder jede beliebige andere Sinusfunktion darstellen.

2. Der Betrag der Größe wird durch die Länge des Zeigers ausgedrückt. Dazu ist es erforderlich, einen Maßstab festzulegen, z. B. 1cm  $\hat{=}$  10 Volt usw.

3. Sind mehrere verschiedene Wechselgrößen zu betrachten, so kennzeichnet der Winkel zwischen den Zeigern die gegenseitige Phasenlage. In Bild 2 ist das Zeigerdiagramm und das dazugehörige Liniendiagramm für zwei phasenverschobene Spannungen gezeigt. In welcher Lage man die Zeigerdiagramme zeichnet, ist grundsätzlich beliebig. Gewöhnlich wird mit einem waagerechten oder senkrechten Zeiger als Bezugsgröße begonnen.

4. Schließlich ist noch die Frequenz „f“ durch die Winkelgeschwindigkeit „ $\omega$ “ der Zeigerrotation festgelegt. Die gezeichneten Zeiger stellen also nur Momentaufnahmen der rotierenden Zeiger dar.

Aus dieser Feststellung ergibt sich, daß die Phasenwinkel nur erhalten bleiben, wenn sich alle Zeiger in einem System gleichschnell drehen.

Da die Winkelgeschwindigkeit gleich der Kreisfrequenz „ $\omega$ “ ist, gilt das Zeigerdiagramm in der jeweiligen Art nur für Wechselgrößen gleicher Frequenz.

Da die praktische Wechselstromtechnik überwiegend mit Effektivwerten arbeitet, und bei reinen Sinusgrößen der Scheitelwert sich vom Effektivwert durch den Faktor  $\sqrt{2}$  unterscheidet, ist es üblich, die Zeiger als Effektivwerte darzustellen.

Zeiger werden durch Aneinanderlegen unter Berücksichtigung der Richtung (Phasenlage) und der Größe addiert bzw. subtrahiert.

## 7.2. Wechselstromwiderstände

Es soll nun die Abhängigkeit des Stromes von der Spannung bei angelegter Wechselspannung untersucht werden. Bei dem Gleichstrom war der Strom I nach dem Ohmschen Gesetz  $I = U/R$  außer durch die Spannung nur durch den Widerstand bestimmt.

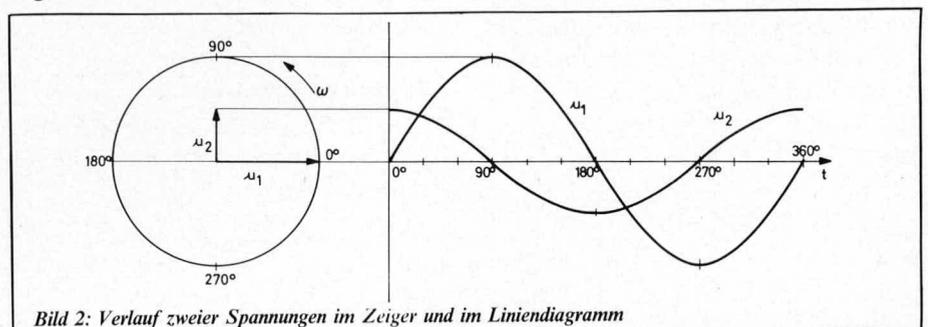
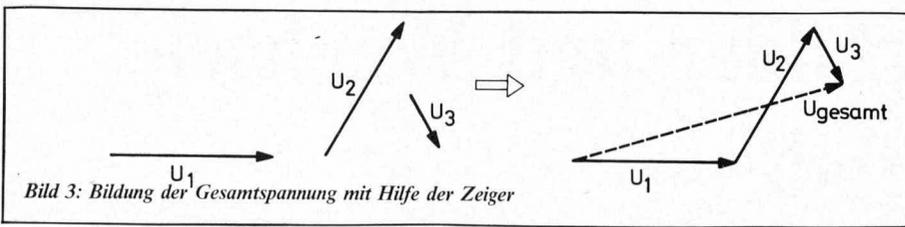


Bild 2: Verlauf zweier Spannungen im Zeiger und im Liniendiagramm



Leistungskurve bleibt hierbei immer positiv, da Spannung und Stromstärke stets gleichzeitig entweder positiv oder negativ sind. Es wird also zu jedem Zeitpunkt elektrische Leistung aufgenommen, wobei die Leistungskurve die doppelte Frequenz wie Strom bzw. Spannung hat.

Bei Wechselgrößen, also zeitlich veränderlicher Spannung „u“ und Stromstärke „i“, ist das aber anders. Mit jedem Strom „i“ ist ja bei der Spule ein magnetisches Feld verkettet, dessen zeitliche Änderung nach dem Induktionsgesetz eine Selbstinduktionsspannung erzeugt, deren Größe von der Induktivität „L“ abhängt.

den, so sind Strom „i“ und Spannung „u“ in jedem Augenblick proportional:  $i = u/R$ , so daß beide Größen phasengleich sind. Um Wechselgrößen kenntlich zu machen, werden sie mit kleinen Buchstaben bezeichnet (wie z. B. i und u). In Bild 4 ist dieser Zusammenhang als Zeiger- und Liniendiagramm abgebildet.

Die Leistungsberechnung für diese Funktion erfolgt durch:

$$P = I^2 \cdot R \text{ oder } P = U^2 / R$$

Jede Spannung „u“ verursacht beim Kondensator ein elektrisches Verschiebungsfeld, das sich auch zeitlich ändert. Wir wissen, daß der zeitliche Augenblickswert der Kondensatorladung  $Q = C \cdot u$  ist. Bei einer Ladungsänderung entsteht aber ein Strom, dessen Größe von der Kapazität „C“ bestimmt ist. Die drei Größen, die den Zusammenhang zwischen Spannung und Strom bestimmen, sind also der Widerstand „R“, die Induktivität „L“ und die Kapazität „C“.

### 7.2.1.1. Leistung am Wirkwiderstand

Die Leistung bei Wechselstrom errechnet sich zu jedem Zeitpunkt zu:  $P = u \cdot i$

Man bezeichnet diese Leistung als Wirkleistung, da sie vollständig nach außen hin wirksam ist, also in andere Energieform, wie z. B. Wärme umgesetzt wird. In einem Wirkwiderstand „R“ steht eine Wirkleistung „P“ zur Verfügung.

### 7.2.2. Der induktive Widerstand

In diesem Fall setzen wir eine ideale Induktivität voraus, ohne Wirk- und Kapazitätsanteile.

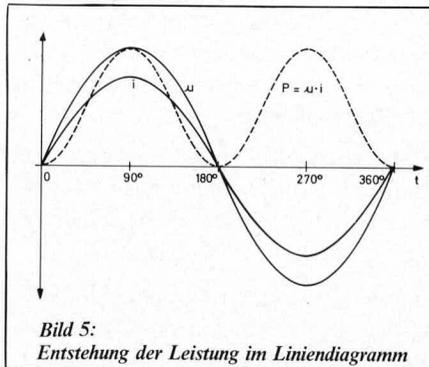


Bild 5 zeigt Strom-, Spannungs- und Leistungsverlauf während einer Periode. Die

Es ergibt sich beim Anlegen einer Wechselspannung für den Strom ein Cosinusverlauf und für die Spannung ein Sinusverlauf. Strom und Spannung sind nicht mehr in jedem Augenblick proportional, sondern haben eine Phasenverschiebung um den Winkel „φ“ (Phi). Der Strom eilt der Spannung um den Phasenwinkel „φ“ = 90° nach.

Man behält auch bei Wechselstrom die Form des Ohmschen Gesetzes bei, jedoch bezeichnet man den Wechselstromwiderstand allgemein als Scheinwiderstand „Z“ und den Wechselstromleitwert als Scheinleitwert „Y“, wie wir später noch sehen werden.

Das Ohmsche Gesetz für diesen Wechselstromkreis lautet:  $U = I \cdot \omega \cdot L$

Im folgenden wollen wir uns nun einzeln mit den drei Einflußgrößen R, L und C beschäftigen.

### 7.2.1. Der Wirkwiderstand

Bei einem an einer Wechselspannung liegenden Widerstand sei die induktive und die kapazitive Wirkung vernachlässigbar klein.

Das trifft z. B. bei Glühlampen und Heizgeräten recht gut zu. Ist bei Wechselstrom der als Wirkwiderstand bezeichnete Widerstand „R“ allein vorhanden,

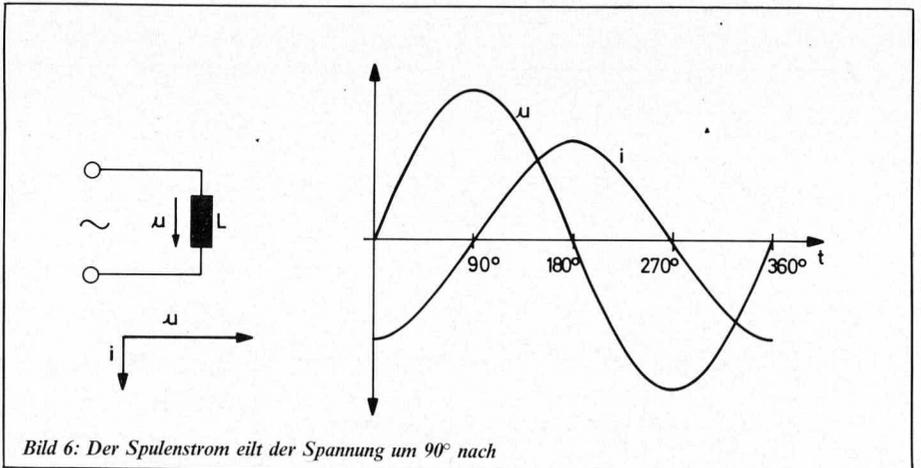


Bild 6: Der Spulenstrom eilt der Spannung um 90° nach

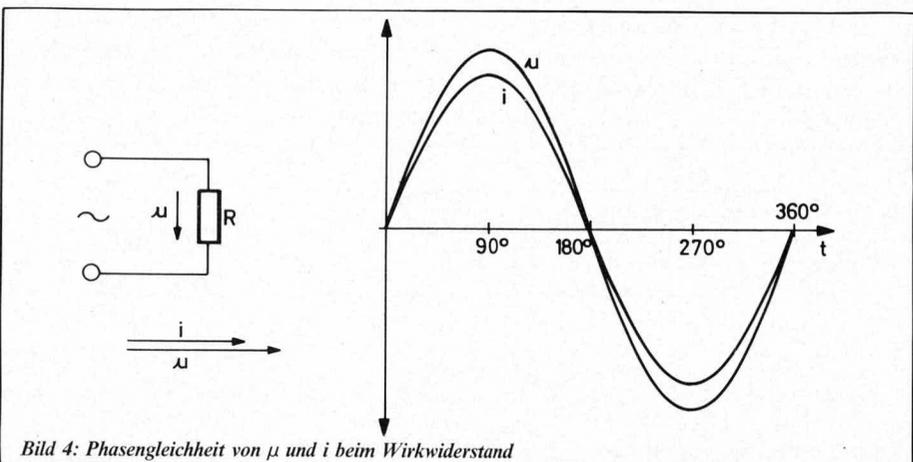


Bild 4: Phasengleichheit von u und i beim Wirkwiderstand

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \text{ (Kreisfrequenz)}$$

L = Induktivität

Der Spulenwiderstand  $\omega \cdot L$  wird als induktiver Blindwiderstand bezeichnet. Blindwiderstand deshalb, weil in diesem Blindwiderstand nur Blindleistung umgesetzt wird, wie wir später noch sehen werden. Das allgemeine Formelzeichen für den Blindwiderstand ist „X“, so daß beim induktiven Widerstand (Index L)

$$X_L = \omega \cdot L \text{ ist.}$$

Die Blindgröße  $X_L$  ist demnach von der Frequenz und von der Induktivität abhängig.

### 7.2.2.1. Die Leistung am induktiven Blindwiderstand

Betrachtet man auch hier den zeitlichen Verlauf des Produktes „ $u \cdot i$ “, ergibt sich ein völlig anderes Bild als beim Wirkwiderstand. Zwar pendelt der Augenblickswert der Leistung auch mit doppelter Frequenz, aber es wechseln sich positive Energiebeträge mit gleichgroßen negativen Energiebeträgen ab.

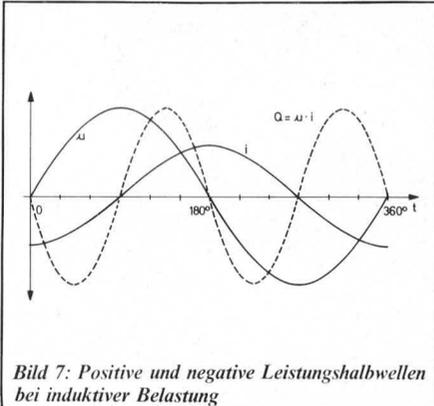


Bild 7: Positive und negative Leistungshalbwellen bei induktiver Belastung

Die Induktivität „ $L$ “ nimmt, wie ersichtlich, in der einen Viertelperiode von Strom und Spannung, Energie auf und gibt sie in der nächsten wieder ab.

Wir erkennen deutlich, daß die mittlere Leistung gleich Null ist.

Eine Energieabgabe nach außen findet nicht statt. Daher wird eine Induktivität als Blindwiderstand und die dazugehörige Leistung als Blindleistung bezeichnet.

$$\text{Blindleistung } Q = I^2 \cdot X_L$$

Um die Blindleistung von der Wirkleistung deutlich unterscheiden zu können, ist die Einheit nicht mit Watt „ $W$ “, sondern mit „ $\text{Var}$ “ (Volt-Ampere-reaktiv) festgelegt.

### 7.2.3. Der kapazitive Widerstand

Wir wollen nun Wechselspannung an einen Kondensator legen, von dem allein die Kapazität zu berücksichtigen ist. Während ein Kondensator an Gleichspannung nach Aufladung praktisch einer Unterbrechung des Stromkreises gleichkommt, werden seine Belege von einer Wechselspannung abwechselnd aufgeladen und wieder entladen. Deshalb fließt in der Zuleitung auch ein meßbarer Wechselstrom.

Durch die sich fortlaufend ändernde Wechselspannung ergibt sich eine ständig ändernde Augenblicksladung des Kondensators, wobei der Lade- bzw. Entladestrom der Spannung um eine Viertelperiode ( $90^\circ$ ) voraussieht.

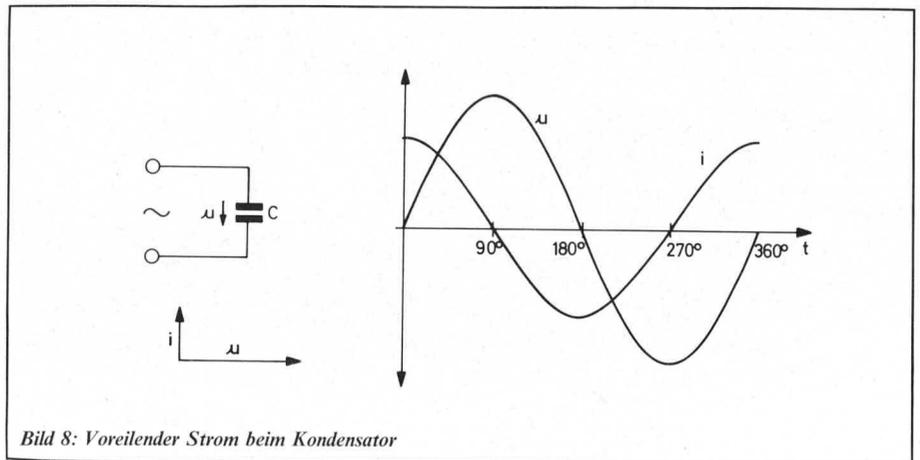


Bild 8: Voreilender Strom beim Kondensator

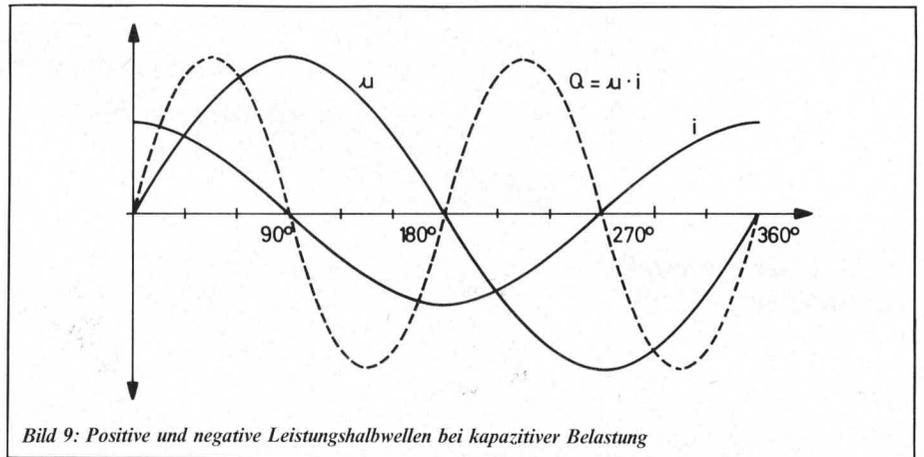


Bild 9: Positive und negative Leistungshalbwellen bei kapazitiver Belastung

Für den Widerstand des Kondensators, dem kapazitiven Blindwiderstand, folgt:

$$X_C = 1/\omega \cdot C$$

Im Gegensatz zur Spule steht hier die Kreisfrequenz im Nenner, wodurch der kapazitive Blindwiderstand mit zunehmender Frequenz abnimmt.

### 7.2.3.1. Die Leistung am kapazitiven Blindwiderstand

Aus der Darstellung in Bild 9 können wir erkennen, daß das Produkt von Strom und Spannung, ebenso wie bei der Induktivität, ein Hin- und Herpendeln der Energie ergibt.

Im Scheitelpunkt der Spannung ist die gesamte Energie im elektrischen Feld gespeichert und wird in der anschließenden Viertelperiode wieder abgegeben.

Für die Blindleistung an einer Kapazität folgt somit:

$$Q = I^2 \cdot X_C$$

Das entgegengesetzte Verhalten der Blindleistungen bei Induktivität und Kapazität findet z. B. Anwendung bei der Blindstromkompensation und bei Schwingkreisen.

Abschließend können wir feststellen, daß Wirkleistungen abgegeben werden, Blindleistungen dagegen dem Aufbau elektri-

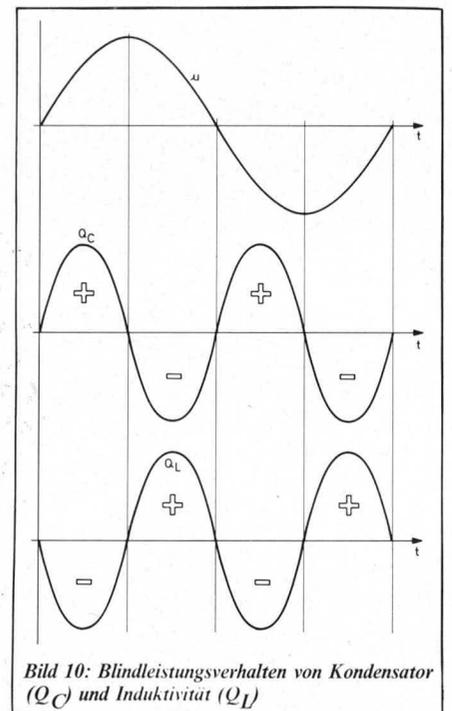


Bild 10: Blindleistungsverhalten von Kondensator ( $Q_C$ ) und Induktivität ( $Q_L$ )

scher bzw. magnetischer Felder dienen und rückgeliefert werden, wenn diese Felder verschwinden.

In der nächsten Folge werden wir uns weiter mit den Größen der Blindwiderstände beschäftigen. Es sollen unter anderem der Begriff der Scheinleistung eingeführt und einige Rechenbeispiele durchgeführt werden.