

# Modulationsverfahren Teil 5

**Dieser Teil der Artikelserie beschäftigt sich mit den Modulationsverfahren, bei denen ein sinusförmiges Trägersignal mit einem digitalen Nachrichtensignal moduliert wird. Auch bei diesen Verfahren gibt es verschiedene Varianten, die als Amplituden-, Frequenz- und Phasenumtastung bekannt sind.**

## Allgemeines

In den vorherigen Artikeln dieser Serie sind die Modulationsverfahren ausführlich beschrieben, die mit sinusförmigen Trägern und analogen modulierenden Signalen arbeiten. Alle vorher beschriebenen Modulationsverfahren lassen sich durch den Übergang vom analogen zum digitalen Quellensignal in die sogenannten Tastungsverfahren verwandeln. Auch bei digitalen Quellensignalen erfolgt die Modulation auf einen hochfrequenten Träger aus den gleichen Gründen wie bei analogen Signalen.

Zur Modulation eines sinusförmigen Trägersignals mit einem digitalen Signal, d. h. es sind nur die Werte „0“ und „1“ im Quellensignal zugelassen, gibt es auch hier drei grundlegende Möglichkeiten. Das Trägersignal läßt sich zunächst wie folgt ganz allgemein beschreiben:

$$s(t) = s \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi_0) \quad (\text{Gl. 47})$$

Aus der Gleichung können die drei veränderbaren Parameter leicht abgelesen werden: Die Veränderung der Amplitude  $s$  ergibt die Amplitudentastung (amplitude shift keying = ASK), bei der Änderung der Frequenz  $f_0$  spricht man von der Frequenzumtastung (frequency shift keying = FSK), und aus einer Phasenänderung  $\varphi_0$  folgt die Phasenumtastung (phase shift keying = PSK).

Das am weitesten verbreitete System ist die Phasenumtastung. Daher beschäftigt sich dieser Artikel im wesentlichen mit diesem Verfahren. Die Beschreibungen zur Amplitudentastung und Frequenzumtastung beschränken sich auf die Darlegung der prinzipiellen Vorgehensweise.

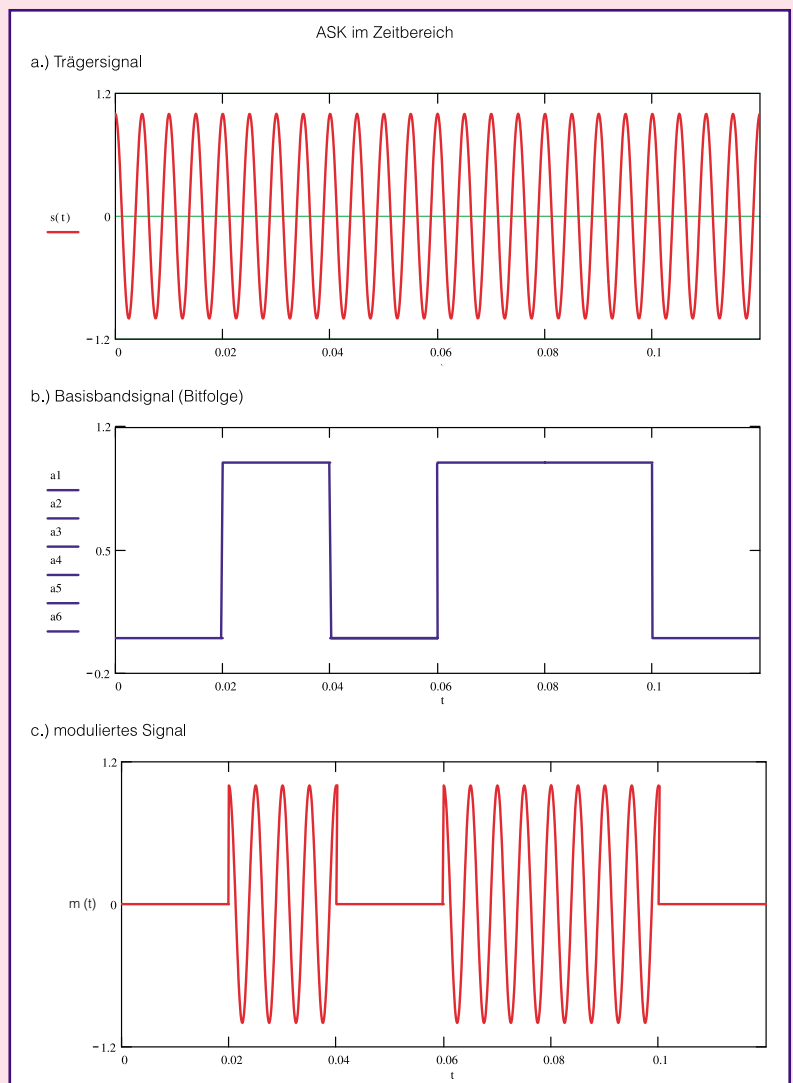
## Amplitudentastung - ASK

Die Amplitudentastung kann als eine abgewandelte Form der schon beschriebenen Amplitudenmodulation („ELVjournal“ 5/98 und 6/98) betrachtet werden. Um von der schon bekannten Amplitudenmodulation mit einem analogen Quellensignal zur Amplitudentastung zu kommen, wird nur das bisher analoge modulierende Signal, das alle Werte im definierten Wertebereich (i. a. von  $-\hat{U}$  bis  $+\hat{U}$ ) annehmen kann, durch ein digitales Signal ersetzt.

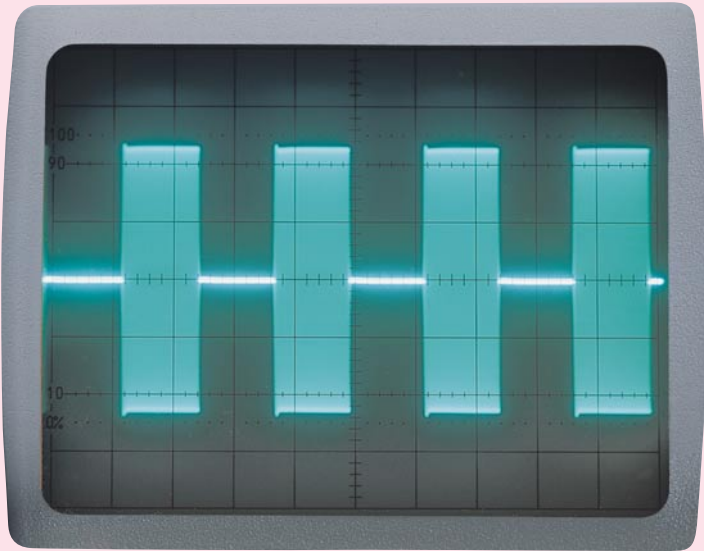
Bei einem solchen digitalen binären Nachrichtensignal existieren dann nur die beiden zugelassenen Zustände „0“ und „1“, denen z. B. in der TTL-Logik die Spannungswerte 0 V und 5 V zugeordnet sind. Die Informationseinheit die entweder die Information „0“ oder „1“ trägt, wird Bit genannt. Eine Folge solcher Bits, die alle die gleiche zeitliche Länge  $T_{\text{Bit}}$  besitzen, ergeben eine sogenannte Bitfolge, einen digitalen Datenstrom. Dieses digitale Signal kann z. B. ein Sprachsignal in digital codierter Form repräsentieren.

Zur Modulation wird dieses digitale Quellensignal mit dem sinusförmigen Träger verknüpft. Bei der Amplitudentastung

geschieht dies durch die Änderung der Amplitude des sinusförmigen kontinuierlichen Trägersignales. Sind nur zwei Zustände zugelassen, d. h. es liegt ein binäres Signal mit den Zuständen „0“ und „1“ vor, folgt hieraus im einfachsten Fall das Ein- und Ausschalten des Trägersignales. Wobei in positiver Logik der Zustand „1“ dem Einschalten des Trägers entspricht, während bei einer „0“ im Quellendatenstrom der Träger ausgeschaltet ist. Der Träger wird getastet. Das oben erläuterte Prinzip für eine Amplitudentastung verdeutlicht das Diagramm in Abbildung 19, wobei hier die Signale so gewählt sind, daß die eigentliche Methode erkennbar wird.



**Bild 19:**  
Amplitudentastung - ASK im Zeitbereich



**Bild 20:**  
Amplituden-  
tastung - ASK

eine Augenblicksfrequenz definiert werden, die, genauso wie das digitale Nachrichtensignal, zwei Werte annehmen kann. Mathematisch lässt sich die Augenblicksfrequenz  $f_i(t)$  wie folgt festlegen:

$$f_i(t) = f_0 + A_n(t) \cdot \Delta f \quad (\text{Gl. 50})$$

Der digitale Datenstrom wird auch hier durch  $A_n(t)$  repräsentiert, während  $\Delta f$  die Frequenzänderung wiedergibt. Abbildung 21 stellt eine solche Frequenzumtastung vereinfacht dar. Das Trägersignal  $s(t)$  wird hier, durch das digitale Quellensignal  $A_n(t)$  gesteuert, in der Frequenz geändert. In dem so entstandenen modulierten Signal, das in Abbildung 21c dargestellt ist, sind die unterschiedlichen Augenblicksfrequenzen gut zu erkennen. Bei der Übertragung einer logischen „0“ besitzt das modulierte Signal die Frequenz  $f_0$ , wird die „1“ als Informationsinhalt übertragen, stellt sich die Frequenz  $f_0 + \Delta f$  ein. Auch die in Abbildung 22 gezeigte FSK gibt den Frequenzwechsel deutlich wieder.

Die bisher vorgestellten Verfahren ASK und FSK kommen allerdings recht selten

Mathematisch betrachtet ist eine solche ASK, wie bei einer „normalen“ Amplitudenmodulation, nichts weiter als die Multiplikation des sinusförmigen hochfrequenten Trägers  $s(t)$  (Abbildung 19 a) mit dem niederfrequenten Quellensignal. Beim unmodulierten Träger  $s(t)$  lt. Gleichung 47 wurden zur Vereinfachung die Amplitude zu  $s = 1$  und der Phasenwinkel zu  $\varphi_0 = 0$  gesetzt. Das Quellensignal ist dabei eine Bitfolge, die hier mit  $A_n(t)$  (Abbildung 19 b) bezeichnet wird. Das Modulationsergebnis (Abbildung 19 c) lässt sich dann wie folgt darstellen:

$$m(t) = A_n(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{Gl. 48})$$

Wenn das Digitalisignal  $A_n(t)$  als eine Folge einzelner Bits  $a_n$  beschrieben wird, gilt folgende Gleichung:

$$m(t) = a_n \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{Gl. 49})$$

mit  $n = -\infty$  bis  $+\infty$

Eine Abwandlung dieser Amplitudentastung erhält man, wenn der Träger bei einer zu übertragenden „0“ nicht komplett abgeschaltet, sondern nur reduziert wird. Diese Variante des Modulationsverfahrens hat Vorteile bei der empfängerseitigen Rückgewinnung des digitalen Nachrichtensignals.

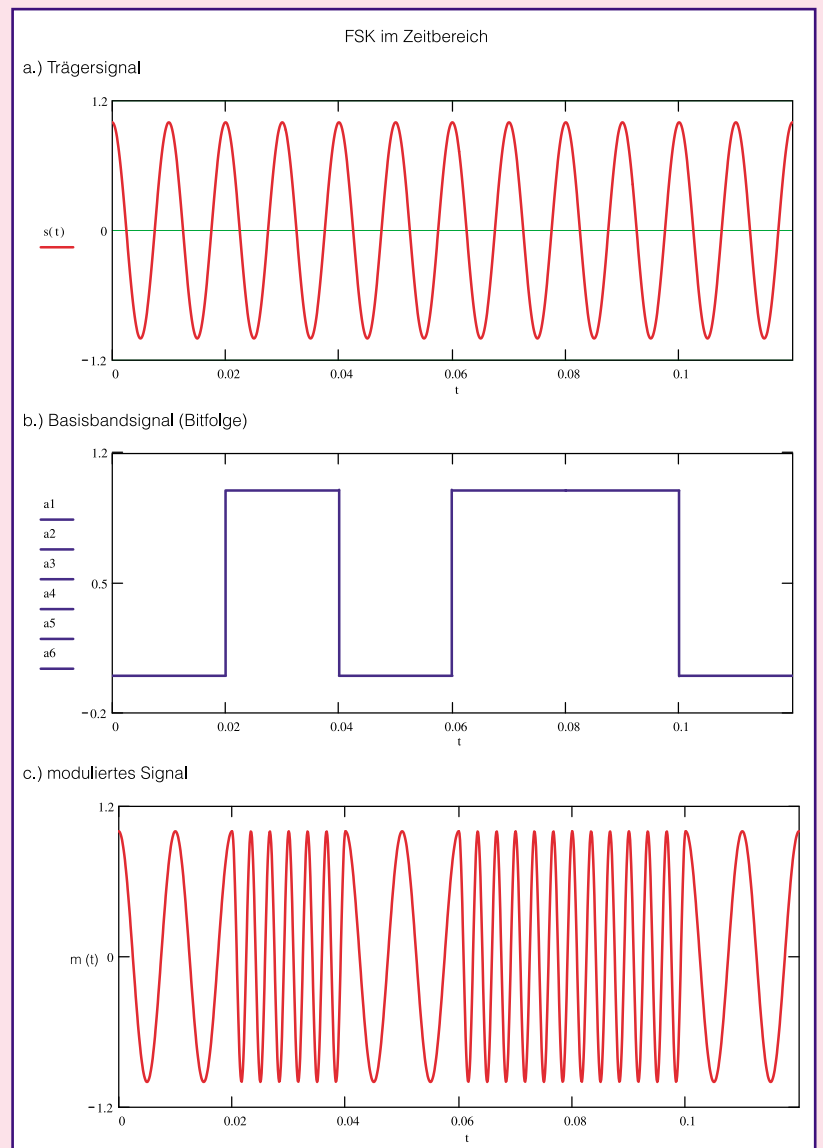
In Abbildung 20 ist nochmals das Modulationssignal einer Amplitudentastung dargestellt.

### Frequenzumtastung - FSK

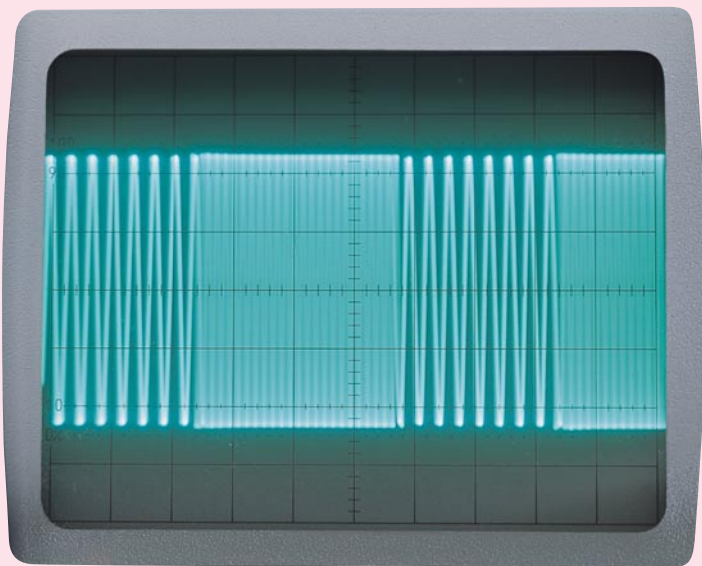
Neben der Veränderung der Amplitude stellt die Frequenzumtastung eine weitere Möglichkeit der Modulation mit einem digitalen Signal dar. Auch hier können Parallelen zu dem schon ausführlich beschriebenen Frequenzmodulationsverfahren („ELVjournal“ 1/99 und 2/99) gezogen werden. Bei einer Frequenzumtastung wird die Frequenz des Trägers im Sinne des digitalen Quellensignales gewechselt. Simplifiziert besitzt das modulierte Signal zwei unterschiedliche Trägerfrequenzen,

je nachdem, ob eine logische „1“ oder logisch „0“ übertragen werden soll. Mathematisch folgt hieraus eine ähnliche Herleitung, wie sie für die FM gültig ist. Die ausführliche Darlegung würde aber den Umfang dieses Artikels sprengen.

Für die anschauliche Erklärung kann



**Bild 21:**  
FSK im  
Zeit-  
bereich



**Bild 22:**  
Frequenz-  
umtastung - FSK

$$-\cos(\omega_0 \cdot t) = \cos(\omega_0 \cdot t + 180^\circ) \quad (\text{Gl. 54})$$

Die Darstellung in Abbildung 23 macht das Prinzip einer Phasenumtastung noch deutlicher. Unter 23 a ist der unmodulierte Träger dargestellt. Die zur Modulation verwendeten Daten zeigt 23 b in unipolarer Form, während 23 c die bipolare Konvertierung wiedergibt. In dem in Abbildung 23 d dargestellten modulierten Signal sind die Phasensprünge bei einem 0-1- bzw. 1-0-Wechsel gut zu erkennen.

Da bei dem hier gezeigten Verfahren das modulierte Signal zwei Phasenzustände annehmen kann, nennt man dieses Verfahren auch 2-PSK.

zur Anwendung. Häufiger wird das dritte grundlegende Verfahren angewandt, die Phasenumtastung.

### Phasenumtastung - PSK

Bei der Phasenumtastung wird der dritte Parameter, die Phasenlage, des sinusförmigen Trägersignales variiert. Eine Veränderung der Nullphasenlage läßt sich dabei relativ einfach realisieren. Im einfachsten Fall erzeugt das digitale modulierende Signal einen Phasensprung von  $180^\circ \hat{=} \pi$  rad. Eine gesendete logische „1“ beläßt z. B. den Träger in seiner Phasenlage mit  $\varphi = 0^\circ$ , während eine logische „0“ einen Phasensprung um  $180^\circ$  zur Folge hat.

Bei der Realisierung der Phasenumtastung wird mittels einer einfachen Konvertierung des digitalen modulierenden Signales eine wesentliche Vereinfachung erzielt. Die hierzu durchgeführte simple Umwandlung macht aus dem ehemals unipolaren Signal, mit den erlaubten Zuständen „0“ und „1“, ein bipolares Signal. Dieser bipolare Datenstrom kennt dann die zugelassenen Werte „+1“ und „-1“, d. h. die logische „0“ wird durch den Zustand „-1“ repräsentiert. Nach einer solchen einfachen Konvertierung kann mit Hilfe einer simplen Multiplikation die Phasenumtastung erzeugt werden. Mathematisch betrachtet ergibt sich folgender Zusammenhang:

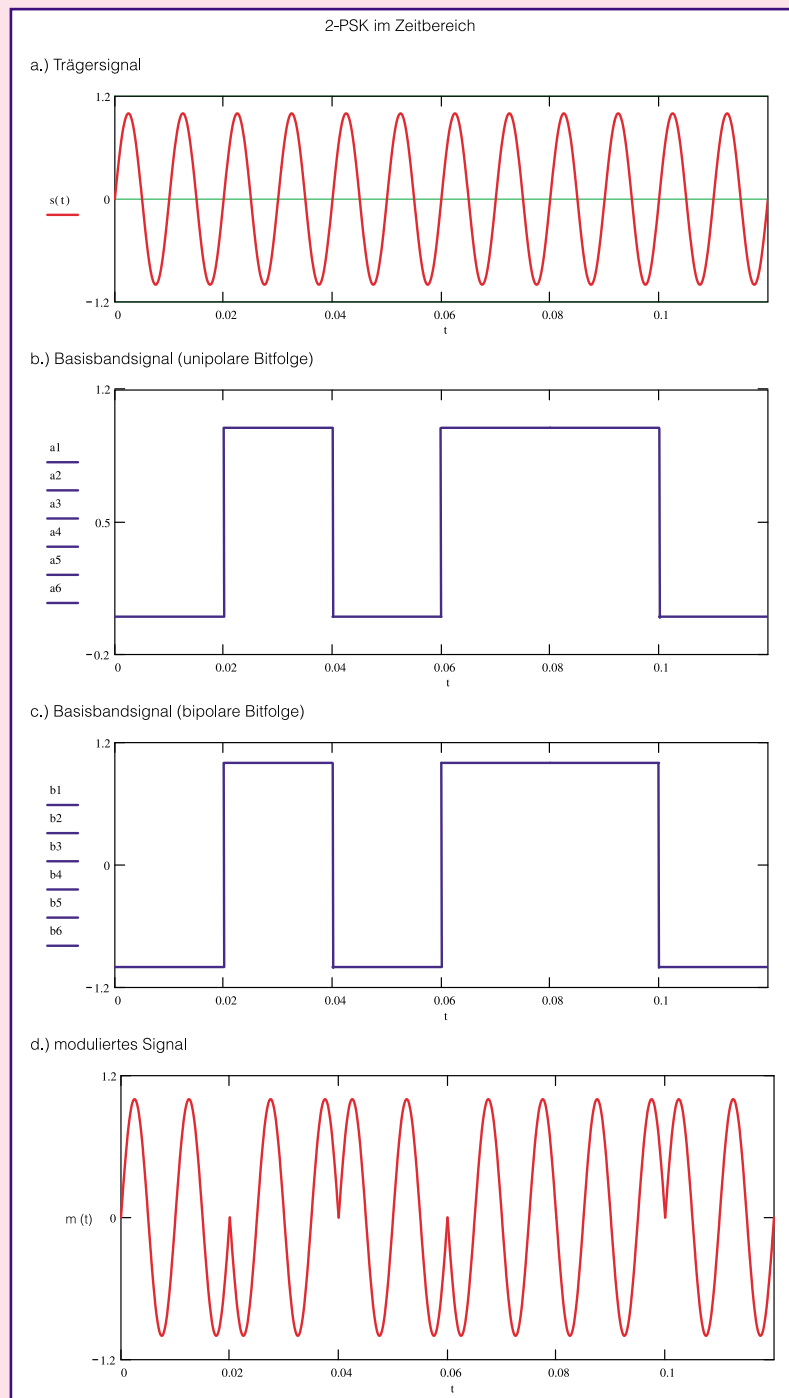
$$m(t) = B_n(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{Gl. 51})$$

Der digitale Datenstrom  $B_n(t)$  ist dabei die bipolare Umwandlung der bisher verwendeten unipolaren Daten  $A_n(t)$ . Führt man obige Multiplikation mit den erlaubten Zuständen „+1“ und „-1“ aus, so erhält man folgende Gleichungen:

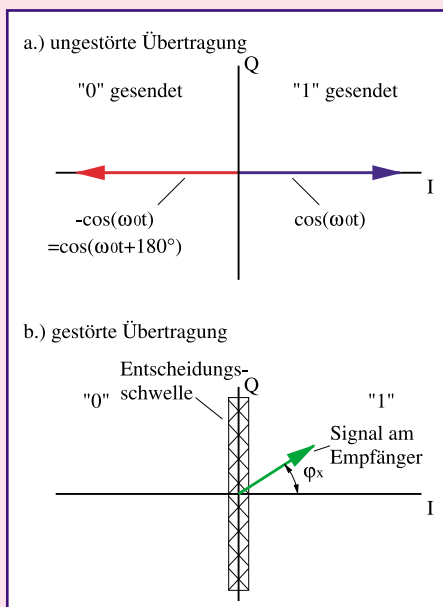
$$m1(t) = 1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{Gl. 52}) \text{ und}$$

$$m2(t) = -1 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{Gl. 53}).$$

Bei genauerer Betrachtung einer Cosinus-Funktion erkennt man, daß es sich bei Gleichung 53 nur um das um  $180^\circ$  verschobene Abbild der Funktion aus Gleichung 52 handelt. Es gilt:



**Bild 23:** 2-Phasenumtastung 2-PSK im Zeitbereich



**Bild 24: 2-PSK im Zeigerdiagramm**

Eine weitere anschauliche Darstellung gibt das in Abbildung 24 a dargestellte Zeigerdiagramm. Hier läßt sich auch der Grund für die Unempfindlichkeit gegen Störungen auf dem Übertragungsweg erkennen. Das beispielhaft empfangene Signal in Abbildung 24 b hat auf dem Übertragungsweg eine nicht unerhebliche Verzerrung um  $\varphi_x$  gegenüber dem Nullphasenwinkel erfahren. Da aber trotz dieser Verschiebung ein ausreichender „Abstand“ zur Entscheidungsschwelle vorliegt, kann dieses Signal noch eindeutig als gesendete „+1“, entsprechend logisch „1“, identifiziert werden. Das große Einsatzgebiet der Phasenumtastungsverfahren beruht auch auf dieser hohen Störfestigkeit, d. h. der geringen Bitfehlerwahrscheinlichkeit.

Ein Aspekt, der bisher noch nicht betrachtet wurde, ist die zur Übertragung notwendige HF-Bandbreite. Alle Übertragungsverfahren versuchen mit einem Minimum an Übertragungsbandbreite ein Maximum an Informationen zu übertragen. Die benötigte HF-Bandbreite ist immer von der Bandbreite des zu übertragenden Signales abhängig. Der entscheidende Parameter des digitalen Datenstromes ist daher die Bitrate  $v_{bit}$ , d. h. die Anzahl der Bit pro Sekunde. Legt man die Bitdauer mit  $T_{bit}$  fest, so ist die Bitrate:

$$v_{bit} = \frac{1}{T_{bit}} \quad (\text{Gl. 55})$$

Liegen im digitalen Signal die schnellsten Wechsel zwischen „0“ und „1“ vor, so tritt auch die höchste Grundschwingung auf, die folgende Frequenz besitzt:

$$f_N = \frac{1}{2 \cdot T_{bit}} \quad (\text{Gl. 56})$$

Dieser Wert wird auch als Nyquist-Bandbreite bezeichnet und stellt die minimal zu übertragende Bandbreite dar. Dies bedeutet, daß die Übertragung digitaler Signale mindestens diese HF-Bandbreite besitzt. In der Praxis wird jedoch zur Verbesserung der Störeigenschaften meist eine um den

Faktor 1,5 größere Bandbreite verwendet. Die genauere Erläuterung dieser Zusammenhänge würde an dieser Stelle zu weit führen und den Rahmen dieses Artikels sprengen.

Bei allen bisher beschriebenen Modulationsverfahren wird Bit für Bit codiert, d. h. der bei der Modulation veränderte Parameter (z. B. die Phasenlage) ändert sich auch mit der in Gleichung 55 angegebenen Bitgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, mit der sich der Parameter im modulierten Signal ändert, heißt Schrittgeschwindigkeit vs. Am Beispiel der 2-PSK ist die Schrittgeschwindigkeit gleich der Bitgeschwindigkeit, d. h. die Phasenlage ändert sich im Takt der ankommenden digitalen Daten. Für die Nyquist-Bandbreite gilt bei der 2-PSK:

$$f_{N_{2PSK}} = \frac{1}{2} v_s = \frac{1}{2} v_{bit} \quad (\text{Gl. 57})$$

Faßt man nun 2 Bit zusammen und verwendet diese Bitkombination zur Modulation, so tritt maximal alle 2 Bit eine Änderung im Modulationssignal auf, d. h. ein Modulationsschritt umfaßt 2 Bit. Aufgrund der so um den Faktor 2 reduzierten Schrittgeschwindigkeit, reduziert sich die benötigte Bandbreite um den Faktor  $1/2$ .

Da in den zusammengefaßten 2 Bit insgesamt 4 verschiedene Zustände codiert sind, muß auch das Modulationsverfahren in der Lage sein, vier unterschiedliche Zustände anzunehmen. Ein solches Verfahren ist die 4-Phasenumtastung (4-PSK bzw. QPSK). Für die benötigte Bandbreite einer 4-PSK gilt folgender Zusammenhang:

$$f_{N_{4PSK}} = \frac{1}{2} v_s = \frac{1}{4} v_{bit} \quad (\text{Gl. 58})$$

Wie der Name es schon erahnen läßt, kann der Träger bei einer 4-PSK vier verschiedene Phasenlagen annehmen. Man kann sich dieses Modulationsverfahren als eine Kombination zweier 2-PSK-Signale vorstellen, wobei die Trägersignale senkrecht aufeinander stehen, d. h. eine Sinus- und eine Cosinus-Funktion sind. Das Prinzip beruht auf der schon vorgestellten Quadratur-Amplitudenmodulation („ELVjournal“ 6/98). Daß sich zwei so codierte Si-

gnale wieder einwandfrei voneinander trennen lassen, haben wir dort schon mathematisch bewiesen (Gleichung 19 bis 23).

Für die 4-Phasenumtastung ist es notwendig, den digitalen Datenstrom aufzubereiten: Zwei aufeinander folgende Datenbits des eigentlichen digitalen Nachrichtensignals  $A_n(t)$  werden in einem Serien-Parallel-Umsetzer in zwei getrennte (parallele) Datenströme  $A_{1n}(t)$  und  $A_{2n}(t)$  aufgeteilt, die dann aber nur halbe Taktgeschwindigkeit besitzen.

Wandelt man diese in ihrer Geschwindigkeit reduzierten unipolaren Datenströme, wie bei der „normalen“ Phasenumtastung, in die äquivalenten bipolaren Daten  $B_{1n}(t)$  und  $B_{2n}(t)$  um und führt sie jeweils einer 2-PSK-Modulation zu, so erhält man eine 4-Phasenumtastung. Die beiden 2-PSK-Modulatoren arbeiten dabei mit zwei unterschiedlichen Trägersignalen, einem Cosinus- und einem Sinus-Signal. Mathematisch stellt sich das Modulationsergebnis wie folgt dar:

$$m(t) = B_{1n}(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + B_{2n}(t) \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{Gl. 59})$$

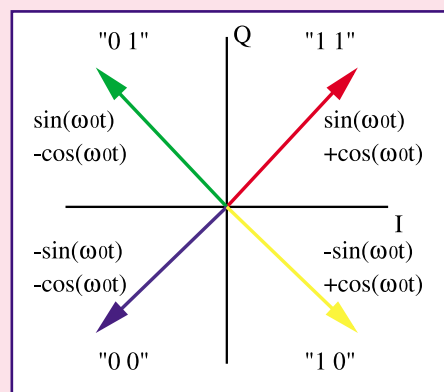
Eine anschaulichere Darstellung dieses Modulationsverfahren bietet das Zeigerdiagramm in Abbildung 25. Hier sind die aus jeder möglichen Kombination zweier Datenbits resultierenden Phasenwinkel eindeutig zu erkennen. Wie aus dem Diagramm leicht zu entnehmen ist, kann das modulierte Signal die Phasenlagen  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$  und  $315^\circ$  annehmen.

Durch dieses Modulationsverfahren kann die gleiche Datenmenge in der halben HF-Bandbreite übertragen werden. Diesen Vorteil erkaufte man sich jedoch mit einer größeren Störanfälligkeit, da die Entscheidungsschwellen enger zusammenliegen.

Weitere Bandbreiteneinsparungen lassen sich durch weiteres Zusammenfassen des digitalen Nachrichtensignals erreichen. Werden z. B. 4 Bit zusammengefaßt, so sind 16 verschiedene Zustände zu übertragen. Es entsteht die sogenannte 16-Phasenumtastung (16-PSK bzw. 16-QAM). Die Bandbreite reduziert sich gegenüber einer 2-PSK auf  $1/4$ , die Störanfälligkeit, die durch die Bitfehlerwahrscheinlichkeit ausgedrückt wird, erhöht sich aber.

Die Phasenmodulationsverfahren erlangen immer größere Bedeutung und finden in der Richtfunk- und Satellitenfunkübertragung weite Anwendungsgebiete. Dabei kommen vielfach weitere Varianten zum Einsatz, die sich aber prinzipiell alle auf die hier vorgestellten grundlegenden Verfahren zurückführen lassen.

So ist das Gebiet der Modulation sinusförmiger Träger mit digitalen Signalen hinreichend beschrieben, und es folgt im nächsten Artikel die Vorstellung weiterer interessanter Modulationsverfahren. **ELV**



**Bild 25: 4-PSK im Zeigerdiagramm**